Отчёт по лабораторной работе №5

Модель хищник-жертва

Тимур Дмитриевич Калинин

Содержание

# 1 Цель работы

Построить модель Лотки-Вольтерры в OpenModelica.

# 2 Задание

Для модели «хищник-жертва»:

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: . Найдите стационарное состояние системы.

# 3 Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

В этой модели – число жертв, - число хищников. Коэффициент описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены и в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке: . Если начальные значения задать в стационарном состоянии , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей . Колебания совершаются в противофазе.

# 4 Выполнение лабораторной работы

1. Напишем код программы ([Рис. 1](#fig:001)). Зададим параметры симуляции ([Рис. 2](#fig:002)).

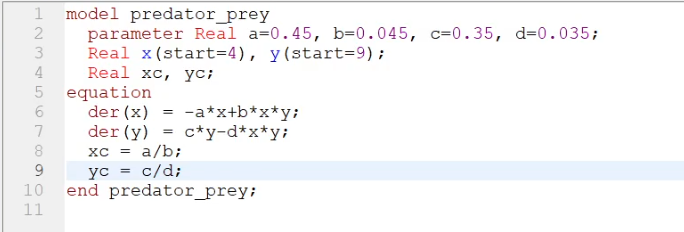


Figure 1: Код программы



Figure 2: Параметры симуляции

1. Запустим программу на исполнение. Посмотрим на фазовый портрет системы. ([Рис. 3](#fig:003)). Также можно отобразить точку равновесия. Увидим в середине получившейся фигуры точку. Посмотрим также на графики численности хищников и жертв во времени ([Рис. 4](#fig:004)).

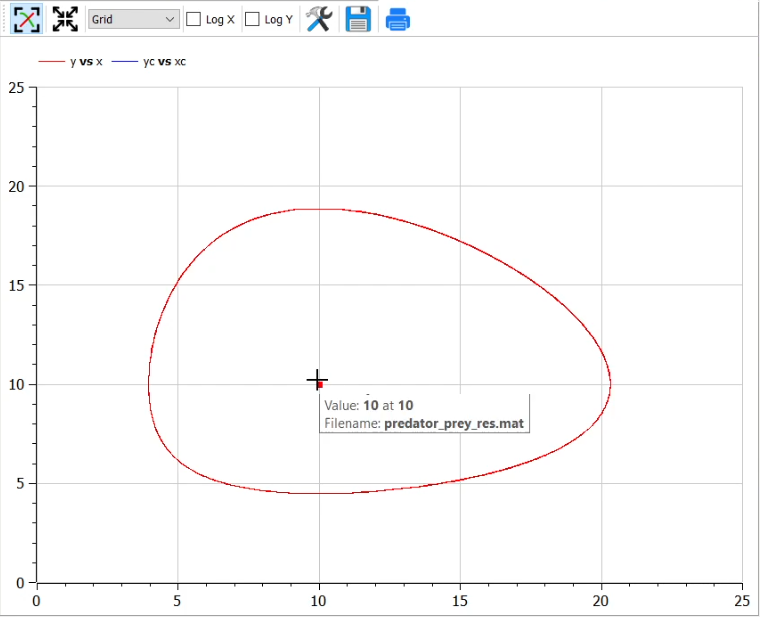


Figure 3: Фазовый портрет

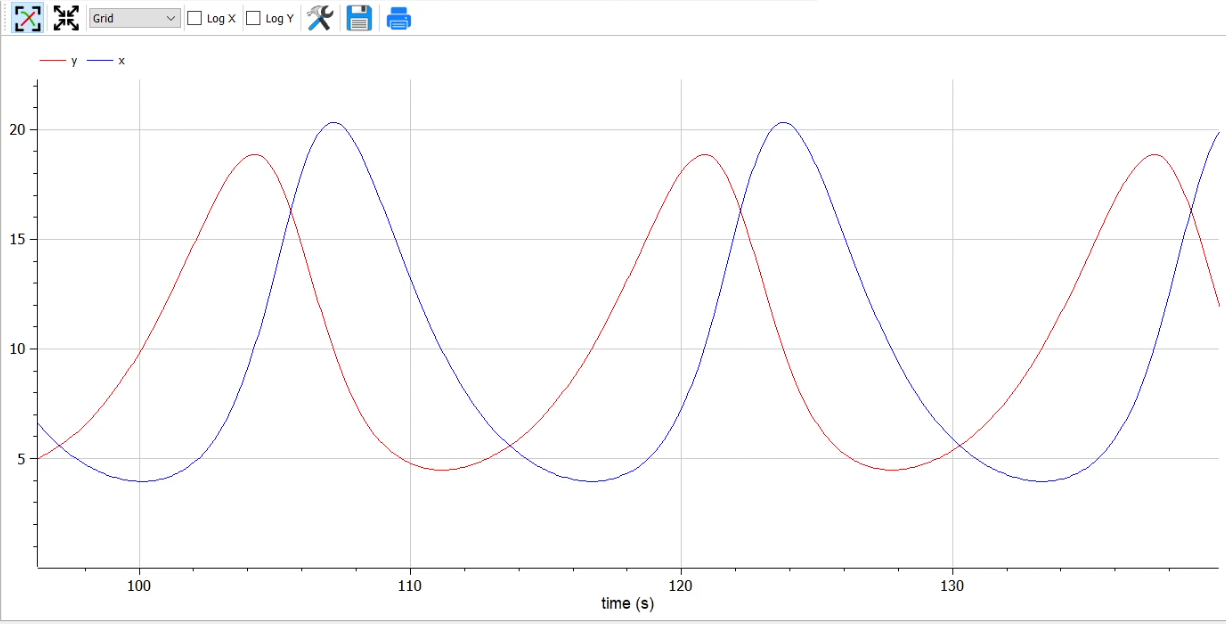


Figure 4: Графики численности во времени

1. Теперь запустим программу, но в качестве начальных условий зададим точку равновесия ([Рис. 5](#fig:005)). Посмотрим на графики численности хищников и жертв во времени. Видим, что они являются константами со значением 10 (хотя OpenModelica не совсем корректно их отображает, [Рис. 6](#fig:006)).

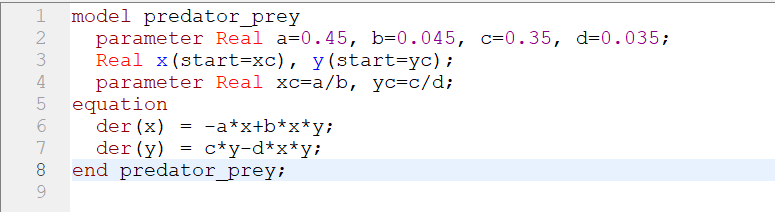


Figure 5: Программа с начальными условиями в стационарной точке

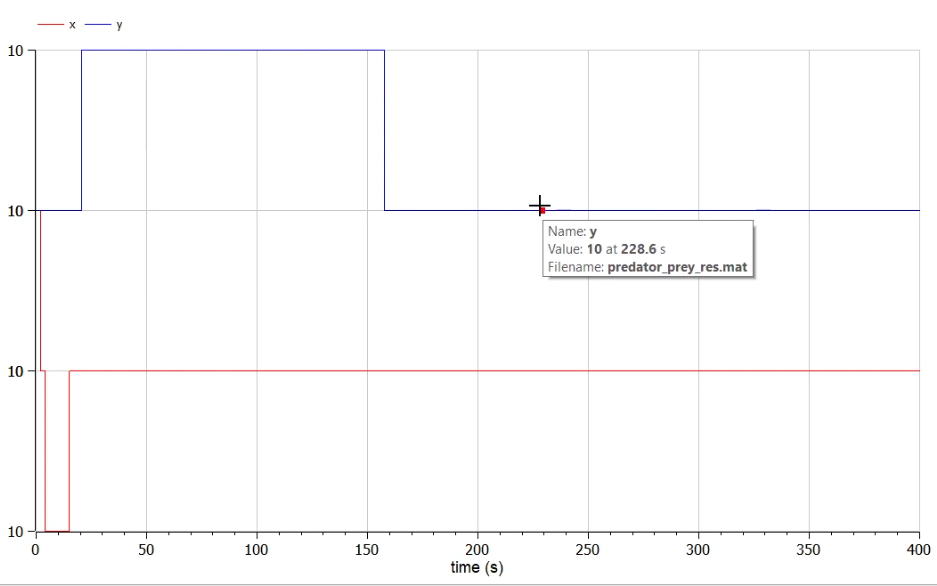


Figure 6: Графики численности во времени

# 5 Выводы

В результате выполнения лабораторной работы мы познакомились с моделью Лотки-Вольтерра и написали ее реализацию в OpenModelica.

# 6 Библиография

1. OpenModelica User’s Guide. URL: <https://www.openmodelica.org/doc/OpenModelicaUsersGuide/latest/>
2. Лабораторная работа №5. - 4 с. URL: <https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=831123>